ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЭКОНОМИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ

Ахмедов Шердор Боходирович
Преподаватель Андижанского филиала Кокандского университета
Эргашева Ибодатхон Тоштургун кызы
Студентка Андижанского филиала Кокандского университета

Аннотация. В данной статье рассматривается экономический смысл производной и её практическое применение при решении задач экономического характера. На примере производственной функции показано, как предельные издержки производства определяются как значение производной функции. Рассматриваются задачи оптимизации финансовых накоплений предприятия, нахождения максимума прибыли и анализа удельных затрат на производство единицы продукции. Особое внимание уделяется формированию математической модели реальной экономической ситуации и её решению методами дифференциального исчисления. Приведённые примеры демонстрируют, как математический аппарат помогает анализировать и прогнозировать экономические процессы, что повышает практическую ценность изучения математики и математического анализа.

Ключевые слова: производная, экономический смысл, предельные издержки, оптимизация, финансовые накопления, прибыль, математическое моделирование, дифференциальное исчисление.

Введение. Математика и экономика на первый взгляд разные науки: одна абстрактна, другая практична. Однако математические методы позволяют количественно анализировать экономические процессы и принимать оптимальные решения.

Цель данной работы — показать, как методы дифференциального исчисления, особенно производная, применимы к экономическим задачам: оценке предельных издержек, финансовых накоплений, прибыли и удельных затрат. Производная функции затрат отражает предельные издержки, а анализ критических точек помогает оптимизировать производство и прибыль предприятия.

Примеры из работы демонстрируют, как математический анализ используется для решения реальных экономических задач и принятия обоснованных управленческих решений.

Все мы участвуем в экономических отношениях, иногда в роли производителя или продавца, иногда в роли потребителя, или покупателя. Но в независимости от нашего места в экономических отношениях мы все преследуем одну цель: получить как можно большую прибыль, а она всегда связана с определёнными затратами.

Какие же затраты несёт предприятие при производстве продукции?

Это: налоги, электроэнергия, зарплата, аренда и т.д. Все эти затраты измеряются в разных единицах измерения (рубль, киловатт-час, тонны, метры и т.д.), что не удобно. Поэтому для удобства ведения бухгалтерской и экономической отчетности все издержки производства измерять принято в их стоимостном выражении, то есть в сум.

Но мы всё пока говорим об экономике. Какое отношение это имеет к теме нашего урока?

Для ответа на этот вопрос рассмотрим следующую ситуацию:

Пусть предприятие «А» производит X единиц продукции.

K - суммарные затраты или издержки производства.

Производственная функция, описывающая зависимость затрат от объёма производства имеет вид: $K=f(x)$.

Увеличим производство на ΔX, тогда затраты вырастут на:

$\Delta K=f(x+\Delta x)-f(x)$

Среднее приращение затрат будет равно:

$\Delta K/\Delta X$

Теперь рассмотрим понятие предельных издержек производства:

Предельные издержки производства – это дополнительные затраты, которые несёт предприятие при увеличении объёма производства на бесконечно малую величину.

А это не что иное, как предел среднего приращения затрат при стремлении ΔX к нулю.

$$\lim_{\Delta x\to 0} \Delta x/\Delta x = \lim_{\Delta x\to 0} (f(x+\Delta x)-f(x))/\Delta x$$

Вопрос: что напоминает вам эта формула?

Ответ: так вычисляется значение производной функции в точке.

Мы получили не что иное, как ещё одно понятие производной, а точнее её экономический смысл.

Экономический смысл производной. Значение производной функции в данной точке есть предельные издержки производства при данном его объёме.

Таким образом у нас появилась ещё одна трактовка понятия производной к уже имеющимся.

Механический смысл производной. Значение производной функции в данной точке есть мгновенная скорость изменения функции в этой точке.

Геометрический смысл производной. Значение производной функции в данной точке есть тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику данной функции в точке с абсциссой x_0.

Рассмотрим несколько задач, где рассмотренные нами понятия могут нам понадобиться.

Задача № 1. Пусть функция затрат при производстве апатитового концентрата имеет вид:

$K(X)=2x+\sqrt{x-1}$. Определить предельные издержки производства при увеличении объёма выпуска на $x_1=2$ ед. и на $x_2=10$ ед.

Решение:

Предельные издержки это рост затрат при увеличении объёма производства на 2 ед. и на 10 ед.

Но предельные издержки это ещё и значение производной функции в точке.

$K'(x)=2+1/(2\sqrt{x-1})$

$K'(2)=2{,}5$ $\quad K'(10)=2\ 1/6\approx 2{,}17$

Предельные издержки производства составляют 2,5 ден.ед. при росте объёма производства на 2 ед. и 2,17 при росте объёмов производства на 10 ед.

Вопрос: выгодно ли данному предприятию наращивать производство, если уровень затрат не изменится?

Вывод: с ростом производства затраты на каждую следующую единицу продукции уменьшаются, следовательно, в данном случае увеличивать объём производства выгодно.

Задача № 2. Предприятие производит X единиц продукции.

Установлено, что зависимость финансовых накоплений от объёма выпуска задаётся формулой: $f(x)=-0{,}02x^3+600x-1000$.

Определить максимально возможную величину финансовых накоплений.

Вопрос: переведите экономический вопрос задачи на математический язык, или др. словами составьте математическую модель данной задачи.

Ответ: необходимо найти наибольшее и наименьшее значение функции.

Решение:

1) Из экономического смысла переменной определяем, что она должна быть неотрицательной, т.е. $x\in[0,+\infty)$

2) $f'(x)=-0.06x^2+600$

3) $f'(x)=0$ при $x=100$ и $x=-100$, критическая точка $x=-100$ не удовлетворяет экономическому смыслу задачи, и в дальнейшем рассматриваться не будет.

5) $f_{max}(x)=f(100)=39000$

Вывод: финансовые накопления предприятия растут при увеличении объёма производства до100 единиц, достигая суммы 39000 ден. единиц.

Вопрос: выгодно ли наращивать объёмы производства при неизменных прочих условиях?

Ответ: дальнейший рост производства нецелесообразен, т.к. он приведёт к сокращению финансовых накоплений.

Задача № 3. Цементный завод производит X тонн цемента в день. По договору н должен ежедневно поставлять строительной фирме не менее 20 тонн цемента. Производственные мощности завода таковы, что выпуск не может превышать 90 тонн в день.

Определить: 1) при каком объёме производства удельные затраты производства будут наибольшими (наименьшими).

2) выгодно ли строительной фирме быть единственным партнёром завода.

Функция суммарных затрат имеет вид: $K(x)=-x^3+98x^2+200x$.

Решение:

Приданном объёме производства удельные затраты составят: $f(x)=K/x=-x^2+98x+200$

Наша задача сводится к отысканию наибольшего и наименьшего значений функции на промежутке [20,90].

$f'(x)=-2x+98,$

$f'(x)=0, -2x+98+0, \quad x=49\in[20,90]$

$f(20)=1760$

$f(49)=2601$

$f(90)=920$

Вывод: 1) наибольшая величина затрат на единицу продукции составит 2601ден.единицу при выпуске 49 тонн цемента в день , а наименьшая 920 ден. единиц при выпуске 90 тонн цемента в день.

2) фирме не выгодно быть единственным потребителем цемента, т.к. она переплачивает за товар.

Вопрос: каковы должны быть ближайшие шаги руководства заводом?

Ответ: срочный поиск новых потребителей, иначе завод рискует потерять и тех клиентов, которых имеет.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. В данной работе показано практическое применение методов дифференциального исчисления в экономике. На основе анализа функций затрат и дохода рассмотрены такие понятия, как предельные издержки, финансовые накопления, прибыль и удельные затраты.

Применение производной позволяет определить оптимальные объемы производства, максимизировать финансовый результат и принимать обоснованные управленческие решения. Примеры, приведённые в работе, демонстрируют, как математический анализ помогает решать реальные экономические задачи, делая процесс управления более точным и эффективным.

Таким образом, изучение фундаментальных математических методов является важной основой для анализа и оптимизации экономических процессов.

Используемая литература

1. Симонов А.С.«Экономика на уроках математики» Школа- Пресс,М,1999
2. Учебник «Алгебра и начала анализа 10 класс» под редакцией А.Г,Мордкович,изд. Мнемозина, 2007 год
3. Шердор А., Шукруллоев Б. Многофакторный эконометрический анализ в рыночной экономикетногофакторный эконометрический анализ в рыночной экономике //Science and Society. – 2024. – Т. 1. – №. 7. – С. 19-26.
4. Akhmedov Sh.B. Derivative of a function and its applications in economics // International journal of artificial intelligence. — 2025. — Vol. 5, No. 04. — P. 1605–1613.
5. Jamolova F. et al. ISSUES OF STRENGTHENING THE PRACTICAL DIRECTION OF THE HIGHER MATHEMATICS COURSE TAUGHT IN TECHNICAL HIGHER EDUCATION COUNTRIES //ILMIY XABARNOMA. – 2024. – С. 37.
6. Sherdor A. TEACHING APPLIED MATHEMATICS WITH PRACTICAL ECONOMIC PROBLEMS TO ECONOMICS STUDENTS //Universum: психология и образование. – 2024. – №. 5 (119). – С. 62-64.
7. Sherdor A., Bektosh S. Optimization of the supply chain in uzbekistan: transportation and distribution of goods using the simplex method //MUNDARIJA–СОДЕРЖАНИЯ–CONTENT. – 2024.
8. Axmedov S. B. HOSILANING TADBIQLARI MAVZUSINI O ‘QITISHDA INNOVATSION PEDAGOGIK YONDOSHUV //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. CSPI conference 3. – С. 37-41.
9. Boxodirovich A. S., Hasanovna Q. A. MAKTAB MATEMATIKA KURSIDA NOSTANDART MASALALARDAN FOYDALANISH //ZAMONAVIY ILM-FAN VA INNOVATSIYALAR NAZARIYASI. – 2025. – Т. 2. – №. 2. – С. 40-41.
10. Mohchehra T., Bahodirovich A. S. BOSHLANG ‘ICH SINFLARDA KOMBINATORIK MASALALARNI YECHISHDAGI DASTLABKI TASAVVURLAR //PEDAGOGIK TADQIQOTLAR JURNALI. – 2025. – Т. 4. – №. 1. – С. 58-60.
11. Boxodirovich, Axmedov Sherdor. “IQTISODIY YO‘NALISHLARDA “MATRITSALAR VA ULAR USTIDA AMALLAR” MAVZUSINI O ‘QITISH USULLARI MAVZUSI.” Central Asian Journal of Multidisciplinary Research and Management Studies 2.4-2 (2025): 19-23.
12. Ахмедов Ш. Интеграционный метод преподавания определенных интегралов в экономике //Общество и инновации. – 2023. – Т. 4. – №. 3/S. – С. 320-324.

13. Universiteti A. D., Akbarova S. X. Ahmedov Sherdor Differensial tenglamalarni yechishda energiya integralining tadbiqi.
14. Sherdor A., Maryamoy T. APPLICATION OF SPECIAL AND IMPROPER INTEGRALS TO ECONOMICS: A COMPREHENSIVE OVERVIEW //ИКРО журнал. – 2025. – Т. 15. – №. 01. – С. 949-952.